

滚子轴承准静态计算分析

沈阳航空发动机研究所 林国昌* 徐从儒 林基恕

【摘要】 本文提出向心圆柱滚子轴承准静态分析方法。分析时考虑了非圆滚道、套圈和滚子相对倾斜、轴承座柔性变形等因素对轴承性能的影响,研究了非圆滚道轴承设计的计算方法和内外圈反转时轴承的特性,提出了内圈倾斜时滚子承载判断方法、分片计算了倾斜滚子的接触力;用柔性二维接触问题的变分法计算了滚子最大应力。润滑模型考虑了赫兹区和入口区滑油的热效应及缺油的影响。并用该法对航空发动机主轴承进行了分析,计算结果与实验值基本吻合。

一、前 言

随着航空发动机事业的发展,发动机主轴承的 DN 值越来越高,滚子轴承所承受的径向负荷却相对减小,因而能够有效地防止打滑的非圆滚道滚子轴承日益得到广泛应用。同时,由于发动机整体性能的需要,内外圈反向旋转的情况在一些先进发动机主轴承上出现。为此,本文在运动学动力学分析和预报打滑的基础上,对非圆滚道轴承的设计计算进行了研究;分析了两个套圈反向旋转时滚子轴承的性能和规律。本分析方法的主要特点和功能如下:

- (1) 能计算分析外圈滚道、外圈外表面或轴承座内表面为非圆形的轴承,同时可以计算外圈受力后的偏心距和外圈与轴承座之间的作用力;
- (2) 能对两个套圈反向旋转的发动机主轴承进行计算分析;
- (3) 考虑了内外圈相对倾斜情况;
- (4) 考虑了套圈和轴承座的柔性变形,用柔性变分法计算最大接触应力;
- (5) 能对轴承进行强度校核和疲劳寿命计算,并能计算能量损失和发热量。

二、基 本 方 程

1. 滚子运动方程 考虑滚子倾斜时滚子所受的力和力矩(图 1),其运动方程可简化为:

$$-T_{Ri} + T_{Si} + P_i + T_{Re} - T_{Se} - P_e - F_d - F_{mj} + F_g \sin \varphi = 0 \quad (1)$$

$$Q_{ij} + F_c - Q_{ej} + F_{mf} - F_g \cos \varphi = 0 \quad (2)$$

$$-Q_{ij} z_{ij} + Q_{ej} z_{ej} = 0 \quad (3)$$

$$(-T_{Ri} + T_{Si} - T_{Re} + T_{Se} + F_{mf}) D_r / 2 - M_{rr} - 2M_{Sr} = J_r \ddot{\omega}_j \quad (4)$$

式中 J_r 为滚子对 Z 轴的转动惯量; Q_{ij} 、 Q_{ej} 为内、外油膜压力的法向分量; T_{Ri} 、 T_{Re} 和 T_{Si} 、 T_{Se} 为内、外接触区的滚动摩擦力和滑动摩擦力^[1,2]; P_i 、 P_e 表示使滚子产生相对滚道平动趋势的滑油压力^[3]; F_c 、 F_g 为滚子离心力、重力; F_{mj} 、 F_{mf} 为保持架对滚子的法向力、切向摩擦力; F_d 为油气阻力; M_{rr} 、 M_{Sr} 为油气对滚子柱面、端面阻力矩^[4]; φ 为滚子位置角,从顶端算

起顺时针为正; 式中 “ $\mp$ ” 号, $F_{mj} \geq 0$ 时用 “ $-$ ”; 反之用 “ $+$ ”。 $\ddot{\omega}_j$ 为滚子角加速度, $\ddot{\omega}_j = d^2\varphi/dt^2 \cdot (d\omega_j/d\varphi)$ 。

在摩擦力和滑油动压力等计算中, 需要计算滚子表面相对速度。考虑两套圈反向旋转的滚子与内、外滚道接触中的滚动速度和滑动速度分别表达为:

$$U_{ij} = (D_m - D_r)(\omega - \omega_j)/4 + D_r\omega_j/4, \quad U_{ej} = (D_m + D_r)(\omega + \omega_j)/4 + D_r\omega_j/4$$

$$V_{ij} = (D_m - D_r)(\omega - \omega_j)/2 - D_r\omega_j/2, \quad V_{ej} = (D_m + D_r)(\omega + \omega_j)/2 - D_r\omega_j/2$$

式中 D_m 、 D_r 为轴承节圆直径、滚子直径; ω 、 ω 和 ω_j 分别表示内、外圈和滚子转速。

2. 内圈平衡方程 考虑倾斜的内圈平衡方程为:

$$\sum_{j=1}^Z Q_{ij} \cos \varphi_j + F_R = 0 \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^Z Q_{ij} Z_{ij} \cos \varphi_j + M_{Xi} = 0 \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^Z Q_{ij} Z_{ij} \sin \varphi_j - M_{Yi} = 0 \quad (7)$$

式中 Z 为滚子个数; F_R 为轴承径向负荷; M_{Xi} 、 M_{Yi} 为使内圈产生倾斜的外力矩水平、竖直分量, 分别向右、向上为正。

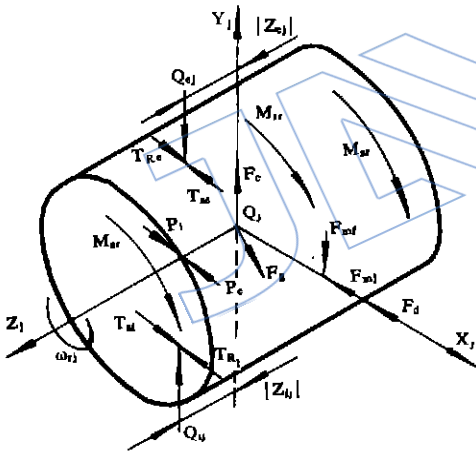


图 1 滚子受力分析 (O_j 为滚子质心)

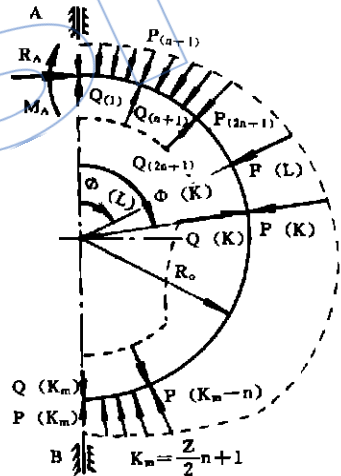


图 2 外圈与轴承座接触力计算 (n 为节点数)

3. 外圈平衡方程 在非圆滚道轴承设计计算中, 需要计算外圈与轴承座之间的作用力, 为此需要考虑半个外圈竖直方向的力平衡方程 (图 2):

$$\sum_{K=1}^{K_m} \{ P(K) - Q(K) \} \cos \Phi_K = 0 \quad (8)$$

式中各符号意义在 “非圆滚道轴承的设计计算” 中介绍。

4. 保持架平衡方程 考虑内外圈反转的保持架平衡方程为:

$$\frac{D_m}{2} \sum_{j=1}^Z F_{mj} \pm M_{rci} \mp M_{rce} - 2M_{Sc} = 0 \quad (9)$$

式中 M_{rci} 、 M_{rce} 为保持架内、外表面所受的油气阻力矩, ω 与 ω 方向相同时, M_{rci} 前用 “ $+$ ” 号,

M_{ce} 前用 “-” 号; ω 与 ω 方向相同时与上述相反; M_{Sc} 为保持架端面所受的油气阻力矩^[4]。

5. 轴承几何协调方程 假定 φ 处滚子在离心力或很小的外力作用下与外滚道均匀接触 (无倾斜), 设其表面上到内滚道表面距离最近的点为 M , M 点到内滚道的距离为 Δ_{jo} , 则 φ 处几何协调方程为:

$$U_{ro}/2 - \delta_{ti} - 2\delta_{tr} + \delta_{te} - \delta_{ci} - 2\delta_{cr} + \delta_{ce} - \delta_{is} - \delta_{dpj} - \delta_{dpj} - \delta_{ej} + \delta_{eo} - h_{eo} - \Delta_{jo} = 0 \quad (10)$$

式中 U_{ro} 为原始平均游隙, $\delta_{ej} = \delta_{ih} - \delta_{dpej} + \delta_{dj}$; δ_{ti} 、 δ_{te} 、 δ_{tr} 和 δ_{ci} 、 δ_{ce} 、 δ_{cr} 为由温度变化和离心力引起的内、外圈、滚子半径增量^[3]; δ_{is} 、 δ_{ih} 为内圈与轴、外圈与轴承座配合紧度引起的半径变化量^[3]; δ_{dpj} 、 δ_{dpj} 为内、外滚道 φ 处的最大柔性位移, 用有限元法计算; δ_{dpj} 为内圈相对外圈的偏心距 e_i 和倾斜角 θ 或滚道锥面引起的内滚道相对 M 点的超近量; δ_{eo} 、 h_{eo} 为该滚子与外圈之间的弹性趋近量和油膜厚度^[2, 4]。

假设将该滚子沿质心轨迹法线方向平移至与内滚道之间有一很小的法向作用力位置, 设其与内圈之间的弹性趋近量为 δ_{eio} , 最小中心油膜厚度为 h_{io} , 则 $\Delta_{jo} > h_{io} - \delta_{eio}$ 时, 该滚子不承载; $\Delta_{jo} \leq h_{io} - \delta_{eio}$ 时, 该滚子承载, 此时 Δ_{jo} 可能为负值。

三、滚子接触力和最大应力计算

1. 接触力计算 为了节省计算量, 滚子与滚道之间接触力计算分两种情况进行。对于内圈不倾斜轴承的滚子和内圈倾斜时的非承载滚子, 其修缘部分的作用按 Hamrock 提出的当量矩形接触处理^[6], 直接用长轴理论求解。

对于内圈倾斜轴承的承载滚子, 将其分为内外两部分, 再将每一部分分为若干单元体 (片)。把每一单元体看作长轴承滚子的一片, 分别用长轴理论计算每一片上的接触力, 将这些力分别叠加, 即可求得整个滚子的各种接触力^[4]。

2. 最大应力计算 滚子与滚道间最大应力是由局部集中应力引起的, 我们采用柔性二维接触问题的变分法, 将接触区分为若干个等高梯形单元, 利用半无限空间体力与变形的关系式^[6], 建立若干个关于各单元等效集中压力和各单元平均弹性变形的关系方程式, 用 Gauss-Seidel 迭代法求解各单元等效压力, 从而求出各单元平均力和最大接触应力。

四、非圆滚道轴承的设计计算

非圆滚道轴承 (又称椭圆轴承), 通常是指外滚道横截面曲线为椭圆或近似椭圆曲线的圆柱滚子轴承。根据非圆滚道的形状可分为两瓣式和三瓣式。非圆滚道的形成有两种方法: 一是将外滚道直接做成非圆形 (叫 类椭圆轴承); 二是将外滚道做成圆形, 将外圈外表面或轴承座内表面做成非圆形, 靠外圈与轴承座的紧度配合使外圈变形形成非圆外滚道 (叫 类椭圆轴承)。非圆滚道轴承的设计计算主要是 δ_{ej} 的确定。

对于 类椭圆轴承, 可以根据弹性力学厚壁筒理论用解析法求 δ_{ih} , 用有限元求 δ_{dpej} , δ_{dj} 的变化可以忽略, 从而求 δ_{ej} 。

对于 类椭圆轴承, 外圈与轴承座应满足几何协调条件:

$$\text{非接触部分} \quad \rho_e(\Phi_k) + \delta_e(\Phi_k) + \delta_{dp}(\Phi_k) < \rho_h(\Phi_k) + \delta_h(\Phi_k) \quad (13)$$

$$\text{接触部分} \quad \rho_e(\Phi_k) + \delta_e(\Phi_k) + \delta_{dp}(\Phi_k) = \rho_h(\Phi_k) + \delta_h(\Phi_k) \quad (14)$$

式中 $\rho_e(\Phi_k)$ 、 $\rho_h(\Phi_k)$ 为外圈外表面、轴承座内表面 Φ_k 处极径; $\delta_e(\Phi_k)$ 、 $\delta_h(\Phi_k)$ 为 ρ_e

(Φ_K)、 $\rho_h(\Phi_K)$ 的增量; $\delta_{edp}(\Phi_K)$ 为外圈偏心距 e_e 引起的外圈外表面 Φ_K 处点向轴承座的趋近量, Φ_K 为外圈外表面上任意点 K 所在的位置角, 从外表面最高点算起顺时针为正。

由于椭圆轴承一般用于只有内圈旋转的场合, 非圆滚动长半轴 (最大极径) 通常与轴承支反力合力方向相同, 根据外圈、轴承座几何和受力的对称性, 分别取其一半为研究对象。划分网格, 忽略它们之间的切向摩擦力, 将法向力用与之等效的作用于接触面各网格节点的集中力 $P(K)$ ($K=1, 2, \dots, K_m$, 如图 2) 代替, 用有限元法求 $\delta_e(\Phi_K)$ 、 $\delta_h(\Phi_K)$ 。通过改变 e_e 和 $P(K)$, 使 e_e 和 $P(K)$ 逐渐逼近真实值, 从而使 $\delta_{edp}(\Phi_K)$ 、 $\delta_e(\Phi_K)$ 、 $\delta_h(\Phi_K)$ 满足方程 (14) 和 (13) 式, $P(K)$ 、 $Q(K)$ 满足方程 (8)。用有限元法求 δ_{ej} , 重新求载荷分布, 重复上述计算, 直到 $\delta_{ej\max}$ 满足精度要求。

上述计算分析中, $Q(K)$ 表示外圈内表面各节点的载荷, 其数值大小与 Q_{ej} 有关; $P(K)$ 的计算是本问题的关键。对于接触部分 $P(K) > 0$, 非接触部分 $P(K) = 0$ 。为了求 $P(K)$, 首先判断接触区范围 Φ_1 和 Φ_2 内节点个数 N , 将外圈近似看作平面弯曲等截面两度静不定曲梁 (如图 2), 根据 A 截面变形条件: 水平位移 $f_A = 0$, 转角 $\theta_A = 0$, 用力法求得约束力 R_A 和约束力矩 M_A , 代入对应外表面各节点的 Φ_K 处径向挠度 (近似为 $\delta_e(\Phi_K)$) 表达式:

$$\delta_e(\Phi_K) = \frac{R_o^2}{EI} \left\{ \frac{1}{2} M_A \Phi_K^2 + R_o R_A \left[\frac{\Phi_K^2}{2} + \cos \Phi_K - 1 \right] \right\} + \frac{R_o^3}{EI} \sum_{L=1}^K \{ P(L) - Q(L) \} [\sin(\Phi_K - \Phi_L) + \sin \Phi_L]$$

(15)

式中 R_o 为外圈中性面平均半径; E 、 I 为外圈弹性模量、惯性矩。由 (14) 式求得的 $\delta_e(\Phi_K)$ 代入 (15), 可以得到关于 Φ_K 内 N 个 $P(K)$ 的线性方程, 可以用 Gauss-Seidel 法求解。

五、算例和结论

利用上述分析方法编成的计算机程序, 对发动机主轴承及其改型得到的椭圆轴承进行了分析。图 3、4 表示由 C652830NQ 轴承改型得到的 类椭圆轴承部分计算结果连成的曲线,

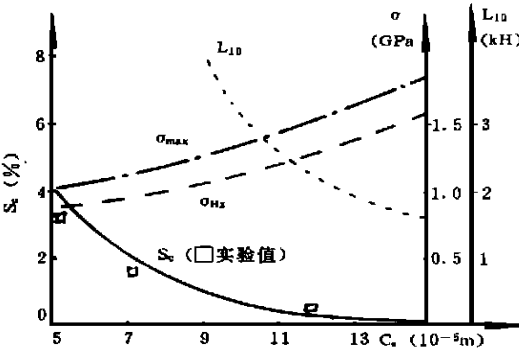


图 3 打滑度 S_e 、 $\sigma_{\max}$ 、 σ_{H_z} 、疲劳寿命 L_{10} 随外滚动椭圆度 C_e 变化的规律
(内圈转速 $n_i = 12000 \text{rpm}$, $F_R = 200 \text{N}$)

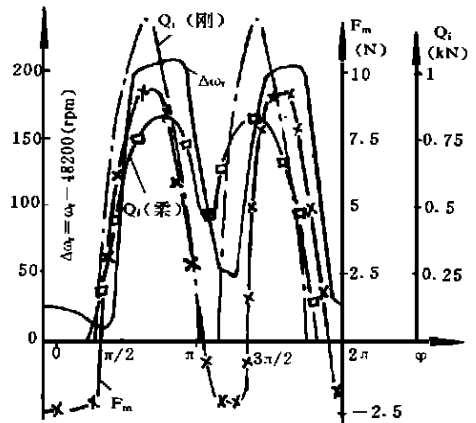


图 4 滚子转速 ω_k 对保持架推力 F_m 对内流道压力 Q_i 与滚子位置角 Φ 关系

并与有关实验数据进行了比较。图 5 表示 D1002928N₁Q₁K 轴承在滚子理论转速 (不打滑) 相

同的两种运动状态（内外圈反转和只有内圈旋转）情况下的性能；图 6 表示该轴承只有内圈旋转、内圈倾斜时沿轴向最大应力 σ_{max} 和最大赫兹应力 σ_{Hz} 对应关系。

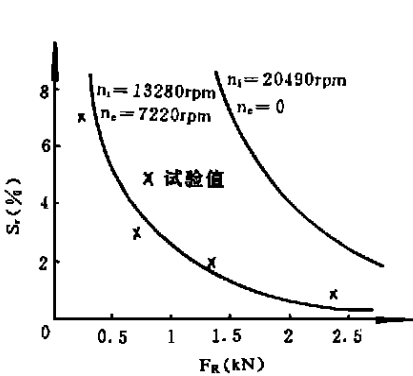


图 5 滚子打滑度 S_r 与 F_R 关系

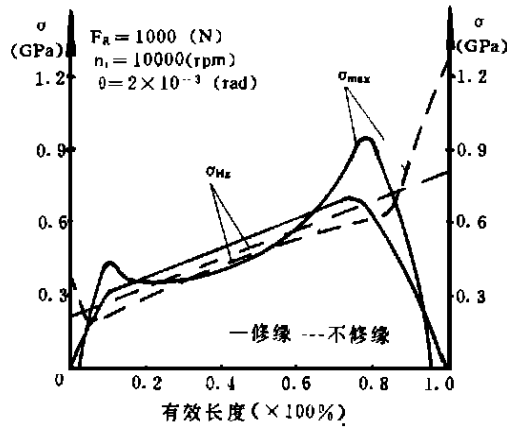


图 6 接触区对称轴上各点应力分析
($F_R = 1000N$, $n_i = 10000rpm$, $\theta = 2 \times 10^{-3}rad$)

本文阐述的分析方法和相应的程序可以作为发动机滚子轴承设计与分析的初步工具，也可作为一些故障分析的手段。

1. 利用本分析程序，可以设计椭圆轴承非圆滚道或非圆配合面尺寸、选择轴承游隙和轴承与轴、轴承座之间的配合紧度，并能验证所选用的轴承、滑油牌号、供油量是否合理。
2. 利用本分析程序，可以分析打滑蹭伤和内外圈相对倾斜、滚道不圆、载荷过大等引起的故障。

参 考 文 献

[1] Goksem P. G. and Hargreaves R. A., "The Effect of Viscous Shear Heating on Both Film Thickness and Rolling Traction in an EHL Line Contact", Jour. of Lub. Tech. Trans. ASME Vol. 100, No. 3, 1978.

[2] Dowson D. and Higginson G. R., "Elasto-Hydrodynamic Lubrication", Pergamon Press, 1977.

[3] Harris T. A., "Rolling Bearing Analysis", John Wiley & Sons, Inc., 1966.

[4] Gupta P. K., "Advanced Dynamics of Rolling Elements", Springer-Verlag New York Inc., 1984.

[5] 万长森, "滚动轴承的分析方法", 机械工业出版社, 1987.

[6] Hamrock B. J. and Dowson D., "Ball Bearing Lubrication", John Wiley & Sons, 1981.

[7] Rumbarger J. H., Filett E. G. and Gubernick D., "Gas Turbine Engine Main-Shaft Roller Bearing System Analysis", Jour. of Lub. Tech. Trans. ASME Vol. 95, No. 4, 1973.

QUASI-STATIC ANALYSIS OF ROLLER BEARING

Lin Guochang, Xu Congru, Lin Jishu

(*Shenyang Aeroengine Research Institute*)

ABSTRACT

The quasi-static analysis of radial cylindrical roller bearing is introduced. The influences of the out-of-round raceway, the relative inclination of the roller and race, and flexible deformation of the bearing housing on bearing performance are taken into consideration. The calculation of out-of-round raceway and the counter-rotating intershaft support bearing characteristics are studied. The precise determination of roller loading in an inclined inner race is presented, and the calculation of contact force on the inclined roller is carried out by means of the transverse "slicing" technique. The maximum stress of roller are calculated with the flexible two-dimensional contact variational method. The thermal effects of oil in Hertzian zone and the entry region and the oil starvation influence are also taken into account in the lubrication model. The main bearing in an aeroengine was calculated with the quasi-static analysis program on the M-150H computer. The agreement of calculated and experimental results is quite good.

QUASI-KINETICS OF FOLLOWING TEETH TRANSMISSION

Zuo Hongfu (*Nanjing Aeronautical Institute*)

Zhou Youqing (*China University of Mining & Technology*)

ABSTRACT

The quasi-kinetics and load characteristics of Following Teeth Transmission (FTT) are researched all-sidedly in accordance with its fundamental structure models. In the meantime the interactions of elastic deformations, manufacture errors, lubricating film and so on, are taken into consideration simultaneous of a number of teeth. According to the loading a centralized regressive loading formula is proposed. The concept about skidding coefficient of FTT is firstly introduced. Since there are local freedoms at the following rollers and the outer ring of eccentric bearing, the skidding states of FTT are brought to light. The conclusions were verified by the methods of photo-elastic analysis and high-speed photography was taken during authors' experiments and the test results support the conclusions of the paper satisfactorily.

AN OPTIMAL DESIGN TECHNIQUE FOR CROWNED TEETH OF HELICAL GEAR

Fang Zongde and Shen Yunwen

(*Northwestern Polytechnical University*)

ABSTRACT

An optimal design technique for crowned teeth of helical gear is presented, which includes 3-D finit element method, flexibility matrix and mathematical programming. In the calculation the manufacturing and assembling errors, the deformations of gears and supporting structure are taken into account. For the objective function to uniform the load distribution under the two limited error conditions, a quadratic program is automatically formed and solved by computer. Thus an optimal longitudinal modification with crowning is obtained, which has a comprehensive effect on decreasing the sensitivity to the errors and uniforming the load distribution. Comparison of this modification with the traditional ones demonstrates the advantages of this method in accuracy and effectiveness.